

Recuperatorio de Computabilidad

Lógica y Computabilidad

Primer cuatrimestre 2020

El parcial tiene una duración de cuatro horas. Se puede suponer demostrado todo lo que se dio en clases prácticas y teóricas. En el caso de usar resultados de las guías de ejercicios, deben enunciar explícitamente el resultado. Todas sus respuestas deben estar justificadas.

Ejercicio 1. Sea $F : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ la función tal que $F(n)$ es igual al n -ésimo decimal del número $a = \log_{10}(2)$. Demuestre que F es primitiva recursiva. (Nota: pueden utilizar las siguientes propiedades logarítmicas: $\log_{10}(xy) = \log_{10}(x) + \log_{10}(y)$ y $\log_{10}(x^y) = y \log_{10}(x)$.)

Ejercicio 2. Decida si la siguiente función es computable o no:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{si } \Phi_x^{(1)}(y) \downarrow \text{ y } \Phi_x^{(1)}(y) \text{ es primo} \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

Ejercicio 3. Sea $p : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ un predicado computable no constante, y sea

$$\Gamma = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \text{ parciales computables tales que } p(f(x)) = 1 \ \forall x \in \text{Dom}(f)\}$$

Analizar si el conjunto de índices asociado $A_\Gamma = \{x \mid \Phi_x^{(1)} \in \Gamma\}$ es computable, c.e o co-ce.